Comissão de Braille

Grafia Matemática Braille

(Com base no
«Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana»
Madrid 1987)

1994

Associação dos Cegos e Ambliopes de Portugal

Secretariado Nacional de Reabilitação

(Edição Braille em 1 volume
S. C. da Misericorcia do Porto
- Centro Prof. Albuquerque e Castro - Edições Braille -
Rua do Instituto de S. Manuel - 4000 PORTO)

Transcrição em tinta de Rogério Gomes Carpentier - 1995

COMISSÃO DE BRAILLE

Grafia Matemática Braille (Com base no "Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana" Madrid, 1987)

INTRODUÇÃO

De há muito se impunha a publicação de novo código braille para a Matemática.

O código que até agora se usava não é já somente constituído pelos sinais insertos na "Grafia Matemática Braille", editada pela antiga Comissão Permanente de Braille em 1967; de então para cá, muitos outros sinais tiveram de ser adoptados para replicar aos novos símbolos e formas de representação matemática que, sobretudo a partir de 1975, iam surgindo nos compêndios da especialidade.

Em boa parte, a "Grafia Matemática Braille" fora moldada no código matemático francês, hoje posto em causa no próprio país de origem; mas dele já divergia, quer em alguns sinais quer nos critérios de aplicação de outros. E o processo de afastamento da matriz original haveria de acentuar-se: Primeiro, por acção da própria Comissão Permanente de Braille ao criar novos sinais, antes de cessar as suas actividades, em 1974; de então até aos nossos dias, por acção dos transcritores de textos de Matemática ao adoptarem soluções de emergência que acabariam por ganhar raízes, não havendo, no entanto, garantias de unicidade quanto aos sinais utilizados, nem de uniformidade quantos aos critérios da sua aplicação.

Pela diversidade e precariedade das fontes donde proveio e pelo grau de improvisação e mesmo anarquia de que se revestiu a sua construção ao longo de 26 anos, o código matemático braille até agora usado em Portugal carecia da sistematização e coerência que devem enformar todo o código que pretenda impor-se ao seu usuário.

Publicar código braille para a Matemática que consistisse em reeditar a "Grafia Matemática Braille", incorporando nela todo o material signográfico aparecido após 1967, não se afigurava, pois, como via capaz de resolver o problema. Isto mesmo veio a entender a Comissão de Braille, criada por despacho interministerial de Março de 1984; Portugal deveria, pelo contrário, integrar o movimento internacional tendente a encontrar uma grafia matemática única, pelo menos em cada área linguística. E o exemplo vinha-nos dos países de língua castelhana.

Com efeito, em Junho de 1987, culminando 15 anos de aturadas investigações e difíceis negociações, aqueles países acordavam numa grafia matemática comum, que, publicada sob o título de "Código Matemático Unificado" (CMU), viria a entrar em vigor em Janeiro de 1988.

Ainda no Verão de 1987 Portugal, através da Comissão de Braille, e o Brasil, que assistira ao encontro de Montevideu como observador, foram convidados a debruçar-se sobre a possibilidade de o CMU vir também a ser adoptado pelos países de expressão oficial portuguesa. Acedendo a este convite, e uma vez inviabilizada uma abordagem a dois por falta de resposta do Brasil, a CB deliberou avançar sozinha com a análise daquele Código.

Não foi de todo pacífico aceitar um código matemático que apenas tinha de comum com o usado então entre nós escassa meia dúzia de sinais. Em abono desta afirmação é suficiente dizer-se que, tendo a Comissão iniciado a análise do assunto ainda no declinar de 1987, as discussões se arrastaram até Novembro de 1993.

A "Grafia Matemática Braille" que ora damos a público tem por base, essencialmente, o **Código Matemático Unificado (CMU)**; em alguns casos nele não previstos recorreu-se a Notação "U" do Sistema Braille, de Francisco Rodrigo Domínguez (Presidente do Subcomité de Matemáticas e Ciências do ex-Conselho Mundial para a Promoção Social dos Cegos), obra donde foi extraído o material signográfico que constitui o CMU. Este Código e a nossa "Grafia Matemática Braille" apresentam estrutura semelhante; mas o CMU tem a vantagem de, a par dos símbolos braille, fazer figurar os correspondentes símbolos da escrita vulgar, impressos em relevo. Do ponto de vista do conteúdo a nossa "Grafia Matemática Braille" complementa o material do CMU com símbolos, notações e convenções que correspondem a necessidades específicas dos programas de Matemática em curso no nosso País; e introduz, embora com carácter experimental, soluções alternativas, nos casos em que a solução encontrada no CMU não pareceu satisfatória. A presente obra dispõe ainda de um índice de significantes com a indicação das páginas onde eles ocorrem.

A premência em concluir este trabalho e a inexistência de meios técnicos apropriados impediram que ele fosse completado com a reprodução em relevo das representações matemáticas em tinta. Assim, publica-se agora esta edição, enquanto se procura a possibilidade de preencher a lacuna atrás referida e, ao mesmo tempo, se proporciona aos interessados que ponham em prática a nova grafia e encaminham para a ACAPO todos os comentários que possam contribuir para melhorar a futura edição.

Atendendo a que a matéria complementar ao CMU foi por nós adoptada unilateralmente por não se ter concretizado uma projectada reunião entre a CB e responsáveis espanhóis por aquele Código; e a que chegou a ser encarada a hipótese de esta edição da "Grafia Matemática Braille" poder beneficiar do apoio dos serviços técnicos da ONCE responsáveis pela edição do CMU, a fim de obter-se a gravação em relevo dos símbolos em tinta, -presume-se que o tempo necessário para o lançamento da futura edição possa ser consideravelmente reduzido se uma iniciativa para esse efeito for tomada no âmbito do protocolo de cooperação entre aquela Organização e a ACAPO.

Nesta perspectiva, torna-se necessário que o SNR e a ACAPO criem mecanismos de análise dos contributos que a prática proporcione e que, logo que possível, promovam uma reunião de peritos espanhóis ligados à edição do CMU com alguns dos intervenientes nesta edição, assistidos por um professor normovisual da área da Matemática. É igualmente necessário que, em cooperação com outros Serviços, se promova a realização de cursos de formação e reciclagem de transcritores e outros interessados em actualizar os seus conhecimentos de simbologia matemática braille.

OBSERVAÇÕES

O uso e aplicação do presente código matemático não apresenta dificuldades de maior ao utilizador, seja ele cego ou normovisual.

A concepção e apresentação, longe de constituir um obstáculo, converte-se na via que nos aplanará a todos (professores, transcritores, utilizadores...) o caminho para utilizar uma linguagem matemática comum a todos.

E para facilitar ainda mais esta tarefa, permita-se-nos fazer as seguintes recomendações:

1. As expressões matemáticas escrevem-se, em geral, sem espaços intermédios. No entanto, por razões de clareza, em alguns casos torna-se necessário deixar espaços em branco antes e depois de alguns sinais que se indicam expressamente nos quadros correspondentes (exemplo: "portanto" secção 6.3).

Em alguns casos esta excepção aplica-se também a outros sinais, por exemplo, a igualdade no caso de tabelas ou gráficos. (Ver secção 7.5.1.).

2. Para evitar possíveis confusões recomenda-se que não seja utilizada a estenografia braille nos textos de ciências exactas ou naturais.

3. Quando uma fórmula matemática aparecer incluída num texto, serão deixados dois espaços em branco tanto antes como depois da fórmula.

4. O corte duma expressão matemática no fim da linha efectuar-se-á, tal como na escrita a tinta, num sinal de operação ou de relação (tais como a igualdade, a soma, etc.); este sinal será repetido no início da linha seguinte.

Uma excepção a esta regra são as expressões de conjuntos definidos por extensão, sucessões, etc., que podem cortar-se a seguir a um sinal de pontuação (vírgula, ponto e vírgula, dois pontos), o qual não se repete na linha seguinte.

5. Recomenda-se (fundamentalmente aos editores) que nos textos de ciências sejam incluídas tabelas com os sinais utilizados e seu significado, bem como a representação em tinta.

6. Também se recomenda que seja explicada a função e o uso dos parêntesis auxiliares, quando aparecerem pela primeira vez no texto, dado que se trata de um recurso do sistema braille.

Capítulo 1

PREFIXOS ALFABÉTICOS E SINAIS UNIFICADORES

1.1. PREFIXOS ALFABÉTICOS

Em Matemática são usuais os alfabetos latino, grego e gótico, cujas letras são caracterizadas pelos prefixos da tabela que se segue:

Alfabetos	minúscula	maiúscula
latino	z (5)(1356)	Z (46)(1356)
grego	z (4)(1356)	Z (45)(1356)
gótico ou outras variantes tipográficas	z (6)(1356)	Z (56)(1356)

Para letras de outros alfabetos com significado concreto, por exemplo alef, destinam-se sinais braille determinados.

Em escrita simbólica, todas as letras são providas do prefixo correspondente, com excepção das minúsculas latinas que só levam o ponto (5) nos seguintes casos:

a) As letras da primeira série quando precedidas imediatamente de um número e haja, consequentemente, possibilidade de confusão com algarismos.

Exemplo: 5x = 40b - Cinco x igual a 40 b.

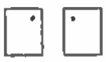
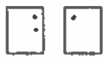
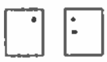
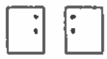
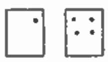
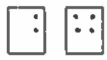
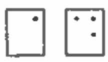
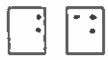
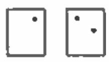
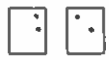
b) Antes de qualquer letra latina cruzada ou marcada com pontos na parte superior, para evitar confusões com as letras gregas:  (4)(5)(1234) "p minúsculo ponteado" $\dot{p}$

 (4)(1234) "pi minúsculo (letra grega)" π

 (45)(5)(1234) "p minúsculo cruzado" $\not{p}$

 (45) (1234) "pi maiúsculo" Π

1.2. Representação braille do alfabeto grego

	minúscula		maiúscula	nome
	α (4)(1)		A (45)(1)	alfa
	β (4)(12)		B (45)(12)	beta
	γ (4)(1245)		Γ (45)(1245)	gama
	δ (4)(145)		Δ (45)(145)	delta
	ε (4)(15)		E (45)(15)	èpsilón

⠈⠵	ζ (4)(1356)	⠘⠵	Ζ (45)(1356)	dzeta
⠈⠱	η (4)(156)	⠘⠱	Η (45)(156)	eta
⠈⠹	θ (4)(1456)	⠘⠹	Θ (45)(1456)	theta
⠈⠊	ι (4)(24)	⠘⠊	Ι (45)(24)	iota
⠈⠅	κ (4)(13)	⠘⠅	Κ (45)(13)	capa
⠈⠇	λ (4)(123)	⠘⠇	Λ (45)(123)	lambda
⠈⠍	μ (4)(134)	⠘⠍	Μ (45)(134)	mü
⠈⠝	ν (4)(1345)	⠘⠝	Ν (45)(1345)	nü
⠈⠭	ξ (4)(1346)	⠘⠭	Ξ (45)(1346)	csi xi
⠈⠕	ο (4)(135)	⠘⠕	Ο (45)(135)	òmicrón
⠈⠏	π (4)(1234)	⠘⠏	Π (45)(1234)	pi
⠈⠗	ρ (4)(1235)	⠘⠗	Ρ (45)(1235)	ró
⠈⠎	σ (4)(234)	⠘⠎	Σ (45)(234)	sigma
⠈⠞	τ (4)(2345)	⠘⠞	Τ (45)(2345)	tau
⠈⠥	υ (4)(136)	⠘⠥	Υ (45)(136)	üpsilón
⠈⠋	φ (4)(124)	⠘⠋	Φ (45)(124)	fi
⠈⠯	χ (4)(12346)	⠘⠯	Χ (45)(12346)	khi
⠈⠽	ψ (4)(13456)	⠘⠽	Ψ (45)(13456)	psi
⠈⠺	ω (4)(2456)	⠘⠺	Ω (45)(2456)	omega

1.3. Sinais unificadores e parêntesis auxiliares

(126) (345) - parêntesis curvos ( ) ⠣ ⠜

(12356) (23456) - Parêntesis rectos [ ] ⠷ ⠾

(5)(123) (456)(2) - Chavetas { }

(5)(345) (126)(2) - Chavetas especiais { }

(5)(13) (46)(2) - Parêntesis angulares ⟨ ⟩

(456) (456) - Barras (com meio rectângulo em branco) | |

(456)(123) (456)(123) - Barras duplas || ||

(26) (35) - Parêntesis auxiliares

Os parêntesis auxiliares não têm correspondência com qualquer sinal em tinta. Constituem um recurso do sistema braille para delimitar certas expressões que aparecem na escrita a tinta unificadas de diversas formas tais como: diferença de tamanho, diferença de nível relativamente à linha básica do texto, traço horizontal nas fracções e radicandos, etc.

Quando tais expressões estão unificadas por parêntesis, parêntesis rectos, chavetas, etc., torna-se desnecessário o uso dos parêntesis auxiliares. (Veja-se secção 5.1.).

Os parêntesis auxiliares podem repetir-se indefinidamente, sem causar qualquer equívoco, uma vez que os sinais de fechar parêntesis aparecem na ordem inversa às aberturas correspondentes.

Capítulo 2

ÍNDICES

Os índices são letras, números, marcas ou expressões escritos em tamanho reduzido e acoplados ao símbolo principal numa ou mais das seis posições constantes do gráfico que se segue:

$$\begin{array}{c} 1\ 2\ 3 \\ \text{Z} \\ 4\ 5\ 6 \end{array}$$

2.1. Índices inferiores e índices superiores

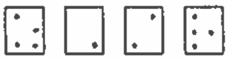
Os índices numéricos e literais transcrevem-se fazendo-os preceder de um símbolo braille que expressa a posição tendo em conta que, qualquer que esta seja, são sempre colocados após a letra principal, conforme pode verificar-se nos exemplos que se seguem:

Se o índice for construído por vários termos ou por uma expressão matemática, coloca-se entre parêntesis auxiliares.

Exemplos:

Índice inferior Z_r

 Índice superior Z^{r}

 Índice inferior à esquerda ${}_{r}Z$

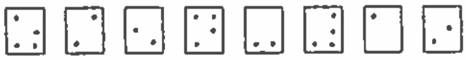
 Índice superior à esquerda ${}^{r}Z$

 Escrito diectamente por baixo $\underset{r}{Z}$

 Escrito directamente por cima $\overset{r}{Z}$

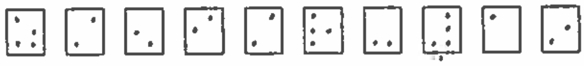
Se o índice for constituido por vários termos ou por uma expressão matemática, colaca-se entre parêntesis auxiliares.

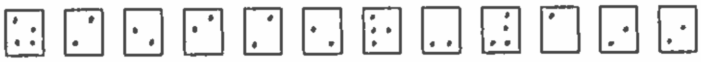
Exemplos:

 z índice n-1 Z_{n-1}

 z índice superior i,j $Z^{i,j}$

 z índice i_0 Z_{i_0}

 z índice i_r-1 Z_{i_r-1}



z afectado de índice i índice r-1 $Z_{i_{r-1}}$

 z índice superior à esquerda n-1 ${}^{n-1}Z$

Analogamente para qualquer posição.

2.2. MARCAS

2.2.1. Marcas à direita em índice superior

 z com um sinal positivo Z^{+}

 z com um sinal negativo Z^{-}

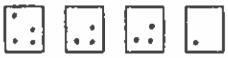
 z com um círculo. Z° (Esta notação não é aplicada para graus. Ver secção 3. 8)

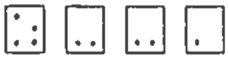
 z com asterisco Z^{*}

Quando alguma destas marcas aparecer mais de uma vez, repete-se a parte característica respectiva da marca, seguida do ponto (3).

Exemplos:

 z com três sinais positivos Z^{+++}

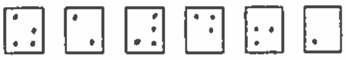
 z com dois círculos $Z^{\circ\circ}$

 z com dois sinais negativos Z^{--}

Quando uma letra é afectada de quatro ou mais marcas iguais, representa-se, em tinta, com o número de marcas seguido da marca em causa.

Em braille é necessário o indicador de posição, seguido do número e marca correspondentes.

Exemplo:

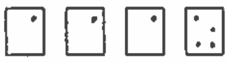
 z com quatro sinais positivos (em índice superior) Z^{4+}

2.2.2. Marcas escritas directamente por baixo ou por cima

As marcas colocadas directamente por cima de um símbolo são transcritas para braille precedendo o respectivo símbolo.

No caso particular de letras marcadas com um, dois ou três pontos por cima, é necessário utilizar o prefixo alfabético correspondente, incluindo as letras latinas minúsculas, como pode verificar-se nos exemplos seguintes:

 z maiúsculo com um ponto $\dot{Z}$

 zeta minúsculo com dois pontos $\ddot{\zeta}$

 z minúsculo com três pontos $\dddot{z}$

As letras marcadas com um, dois ou três pontos, como nos casos anteriores, empregam-se frequentemente em Física para denotar a primeira, segunda e terceira derivada, respectivamente.

 z com barra horizontal por cima $\bar{z}$

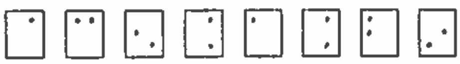
 z com duas barras horizontais por cima $\bar{\bar{z}}$

 z com barra horizontal por baixo $\underline{z}$

 z com uma linha ondulada por cima $\tilde{z}$

Quando alguma destas marcas afecta mais de uma letra ou uma expressão matemática de dois ou mais termos, recorre-se ao uso dos parêntesis auxiliares.

Exemplo:

 barra sobre A e B $\overline{AB}$

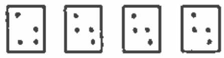
2.2.3. Marcas noutras posições

As marcas linha, duas linhas e três linhas, devido ao seu frequente uso, têm tratamento diferente das demais.

Em tinta são representadas por uma, duas ou três vírgulas, respectivamente, em posição de índice superior. Em braille são representadas da seguinte forma:

 z linha z'

 z duas linhas z''

 z três linhas z'''

Quando qualquer das marcas anteriores aparecer noutra posição, torna-se necessário o uso do indicador braille de posição:

 z com um sinal positivo em índice à direita Z_+

 z com quatro sinais negativos em posição de índice superior à esquerda ^{4-}Z

 z duas linhas em posição de índice à esquerda $_{''}Z$

Há outras marcas que figuram na secção dedicada à Geometria. (V. Capítulo 8).

2.3. Símbolos com vários índices

2.3.1. Índices inferiores e índices superiores simultâneos

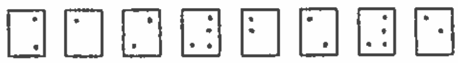
No caso em que um símbolo ou letra esteja afectado simultaneamente de índice inferior e de índice superior, transcreve-se primeiro o índice inferior, seguido imediatamente do índice superior.

Os expoentes (v. potências, secção 5.2) são tratados como índices superiores.

Exemplos:

 z índice quatro ao cubo $Z_4{}^3$

 z índice i,j ao quadrado $Z_{i,j}{}^2$

 Arranjos de cinco dois a dois A_2^5

 Combinações de n n-3 a n-3 C_{n-3}^n

 Permutações de sete P_7

2.3.2. Caso geral

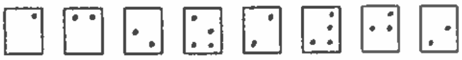
Quando um símbolo está afectado de mais que um índice, o símbolo e os índices transcrevem-se, geralmente, pela seguinte ordem:

1°, marcas escritas directamente por cima;
2°, símbolo base ou portador;
3°, índices literais e numéricos à esquerda;
4°, marcas à esquerda;
5°, marcas à direita;
6°, índices literais e numéricos à direita; e
7°, índices superiores à direita (ou expoentes).

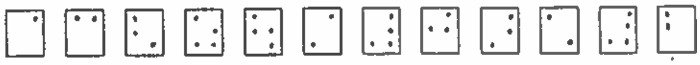
Exemplos:

 "z linha índice 0" Z'_0

 "z linha índice superior 3" ou "z linha ao cubo" Z'^3

 "z índice 0 com barra por cima" $\overline{Z_0}$

 "u til índice n_k" $\tilde{u}_{n_k}$

 "z linha índice 0 com barra por cima ao quadrado". $\overline{Z'^2_0}$ ou $\left(\overline{Z'_0}\right)^2$

Se nesta expressão não tivessem sido utilizados os parêntesis, seriam usados os parêntesis auxiliares na transcrição para braille:

2.4. Índices em sequência

Em cálculo tensorial, os tensores costumam representar-se por letras mais carregadas, índices inferiores e índices superiores em sequência para a direita.

Estes índices, com excepção do primeiro, representam-se em braille fazendo preceder o indicador de índice inferior pelo sinal (5, 6) e o de índice superior pelo sinal (4, 5).

Exemplos:

 "t índice r índice superior s" (s desviado para a direita) $t_r{}^s$

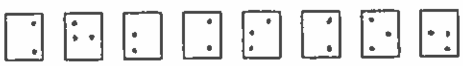
 "t índice superior r índice s" (s desviado para a direita) $t^r{}_s$

2.5. Índices numéricos abreviados

Na notação das matrizes e determinantes, nos gráficos e fórmulas químicas, os índices inferiores numéricos (à direita) podem representar-se de uma forma abreviada utilizando os sinais braille da 5ª série, sem indicador de posição nem sinal numérico.

Exemplos:

 H_2O Fórmula da água.

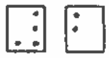
 H_2SO_4 Fórmula do ácido sulfúrico.

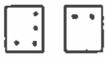
Capítulo 3

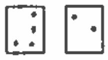
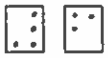
NÚMEROS

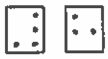
3.1. Caracteres árabes ou algarismos

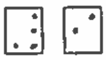
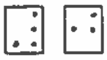
Os números representam-se em braille pelos caracteres da 1ª série precedidos do sinal (3, 4, 5, 6), que actua como prefixo para todas as suas cifras.

Exemplos:  - Um 1  - Dois 2

 - Três 3  - Quatro 4

 - Cinco 5  - Seis 6

 - Sete 7  - Oito 8

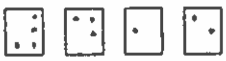
 - Nove 9  - Zero 0

3.2. Números decimais e fraccionários

O sinal (2) representa a vírgula e o ponto que em tinta se empregam nos numerais decimais para separar a parte inteira da parte decimal.

Exemplos:

 0,75

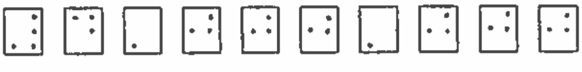
 4,5

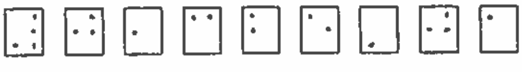
 7639,125

O ponto (3) substui o espaço que em tinta se usa para separar os números em classes de três algarismos. Contudo, é corrente só efectuar tal divisão em números constituídos por mais de quatro algarismos, na parte inteira ou na parte decimal.

Exemplos:

 10 000

 4 000 000

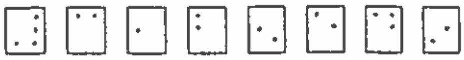
 0,325 01

 35 087,125 008

 3,0125

Nas expressões decimais periódicas devem usar-se parêntesis auxiliares para indicar o período, quando este, em tinta, não esteja entre parêntesis.

Exemplo:

 3,2(54) (O período é 54).

Exemplo de transcrição de expressões decimais não periódicas:

 3,1415...

Números fraccionários

Na escrita de fracções, o numerador representa-se pelos sinais da 5ª série, e o denominador pelos da 1ª série, sem repetição do sinal numérico.

Exemplos:

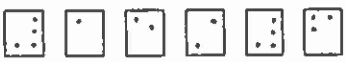
 3/4 - Três quartos.

 2 3/4 - Dois e três quartos.

3.3. Números representados em bases diferentes

Exemplos:

 101_2 - Número na base dois cujas cifras são 1, 0, 1.

 15_6 - Número na base 6 cujas cifras são 1, 5.

Nos sistemas de numeração de base superior a 10 torna-se necessário introduzir novos símbolos para a representação de "cifras"; para isso utilizam-se geralmente letras. Em braille cada uma destas letras é sempre precedida pelo prefixo alfabético correspondente, não sendo interrompido o valor do sinal numérico.

Exemplo:

 $1B4_{13}$ - Número na base 13 cujas cifras são 1, B, 4.

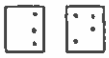
3.4. Variantes tipográficas dos números

Quando nos números existam variantes tipográficas ou de cor, com carácter significativo, devem assinalar-se colocando antes do sinal numérico o prefixo (5, 6) ou outros, se necessário.

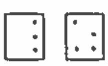
Exemplo:

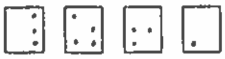
 24

3.5. Representação dos principais conjuntos numéricos

 $\mathbb{N}$ - Números naturais.

 $\mathbb{N}_0$ - Números naturais incluindo 0.

 $\mathbb{Z}$ - Números inteiros.

 $\mathbb{Z}^+$ - Números inteiros positivos.

 $\mathbb{Z}_0^+$ - Números inteiros não negativos.

 $\mathbb{Q}$ - Números racionais.

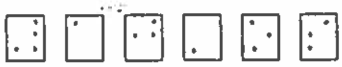
 $\mathbb{R}$ - Números reais.

 $\mathbb{C}$ - Números complexos.

3.6. Números ordinais

Os números ordinais representam-se de dois modos:
a) pelos respectivos cardinais, seguidos de ponto e de uma das terminações **o, a, os, as**.
Exemplos:

 1º  7ª

 10 os  40 as

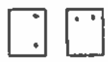
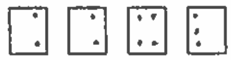
b) pelos caracteres da 5ª série, precedidos do sinal numérico e seguidos de uma daquelas terminações.
Exemplos:

 1º  7ª

 10os  40as

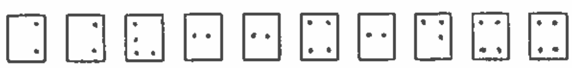
3.7. Números romanos

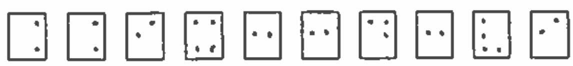
Para escrever a numeração romana empregam-se, em geral, letras maiúsculas. Quando o número é constituído por mais de uma letra, dobra-se o sinal (4, 6) antes da primeira.
Exemplos:

 V (5)  C (100)  XL (40)

 MDX (1510).

O traço horizontal, que multiplica por mil a parte coberta do número romano, e o duplo traço, que a multiplica por um milhão, representam-se, respectivamente, pelos sinais (2, 5) e (2, 5) (2, 5), colocados imediatamente depois da parte afectada.
Exemplos:

 $\overline{\overline{V}}\overline{X}DXX$ 5 010 520

 $\overline{\overline{IX}}\overline{D}VI$ 9 500 006

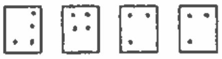
3.8. Exemplos de transcrição de medidas

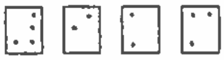
8 m - Oito metros. 

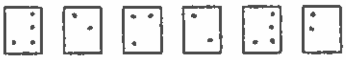
4 dm - Quatro decímetros. 

12 cm - Doze centímetros. 

(Observe-se, nestes dois exemplos últimos, a necessidade de antepor o sinal (5) às dez primeiras letras para que não se confundam com os números).

7 mm - Sete milímetros. 

9 km - Nove quilómetros. 

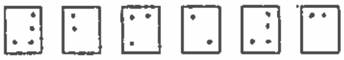
5 m^2 - Cinco metros quadrados. 

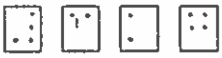
(Observe-se, neste último caso, o uso do sinal (1, 6) para indicar o expoente.
V. Potências, secção 5.2.)

10 l - Dez litros. 

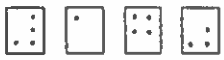
3 dl - Três decilitros. 

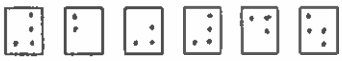
1 cl - Um centilitro. 

2 m^3 - Dois metros cúbicos. 

3 kg - Três quilogramas. 

11 g - Onze gramas. 

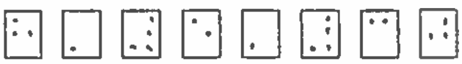
17 ° - Dezassete graus (angulares ou de temperatura). 

2 ° 4'. - Dois graus, quatro minutos (angulares). 

2 h - Duas horas. 

3 h 9 min - Três horas e nove minutos. 

2h30 - Duas horas e trinta. 

h.5.30 - Cinco horas e trinta. 

Capítulo 4

OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS E RELAÇÕES NUMÉRICAS ELEMENTARES

4.1. Sinais de operaçãoes aritméticas elementares

+ (2, 3, 5) - Sinal de soma: "Mais". Positivo.

6 + 2 "6 mais 2".

- (3, 6) - Sinal de diferença: "Menos". Negativo.

6 - 2 "6 menos 2".

± (2, 3, 5) (2, 5) (3, 6) "Mais ou menos"

6 ± 2 "6 mais ou menos 2".

x (2, 3, 6) - Sinal de produto: "Multiplicado por".

6 x 2 "6 vezes 2".

. (3) - Ponto multiplicativo: "Multiplicado por".

6.2 "6 vezes 2".

: (2, 5, 6) - Sinal de divisão: "Dividido por". *Em tinta pode também ser:* / ou ·/·

6 : 2 "6 dividido por 2".

4.2. Relações numéricas elementares

= (2, 3, 5, 6) - Sinal de igualdade: "Igual a".

6 + 2 = 8 "6 mais 2 é igual a 8".

≐ (4)(2, 3, 5, 6) - "Aproximadamente igual a". *Em tinta pode também ser ≈ ou outro sinal parecido.*

Nota: A cada um dos sinais braille que traduzem este conceito corresponde, em tinta, um símbolo diferente.

≃ (5)(26)(23) - "Aproximadamente igual a"

≈ (5)(1256)(2) - "Aproximadamente igual a"

$\pi \doteq 3{,}1416$

$\equiv$ (2356)(2356) "congruente com"

$6 \equiv 11(5)$

"6 é congruente com 11, módulo 5"

:: (56)(23) "assim como". *Outro sinal* = (2356)

6 está para 3 assim como 8 está para 4

< (246) - "Menor que".

<< (246)(246) - "Muito inferior a".

$\leq$ (246)(2356) - "Inferior ou igual a". (Para todas as variantes a tinta que tenham este mesmo significado)

> (135) - "Maior que". (1)

(1) Quando, numa expressão matemática, apareça a letra "o", deverá ela ser precedida do sinal (5).

Em textos literários o sinal de "maior que", quando entre palavras, é antecedido do sinal (6).

>> (135)(135) - "Muito superior a".

$\geq$ (135)(2356) - "Superior ou igual a". (Para todas as representações que tenham este mesmo significado)

4.3. Relações negativas

Antepõe-se o sinal (4, 5) ao símbolo que indica a relação cuja validade se nega.

Exemplos:

$\neq$ (45)(2356) - Diferente de.

$\not>$ (45)(135) - Não superior a.

$\not<$ (45)(246) - Não inferior a.

4.4. Outras representações aritméticas

$\dot{5}$ (4)(3456)(15) - Múltiplo de 5

$10 = \dot{5}$ ⠼⠁⠚⠶⠈⠼⠑ "10 é múltiplo de 5".

$\dot{n}$ (4)(5)(1345) ⠈⠐⠝ - Múltiplo de n.
(V. secção 1.1.).

$4 \mid 8$ ⠼⠙⠸⠀⠼⠓ "4 divide 8".

$\propto$ (456)(256) ⠸⠲ - Divisor primo de.

$2 \propto 8$ ⠼⠃⠸⠲⠼⠓ "2 é divisor primo de 8".

m.d.c. ⠍⠄⠙⠄⠉⠄ - Máximo divisor comum.

m.m.c. ⠍⠄⠍⠄⠉⠄ - Mínimo múltiplo comum.

D_x ⠨⠙⠌⠭ - Conjunto dos divisores de x.
$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

M_x ⠨⠍⠌⠭ - Conjunto dos múltiplos de x
$M_2 = \{$ números pares $\}$.

% (456)(356) ⠸⠴ - por cento

5% ⠼⠑⠸⠴ "5 por cento".

‰ ⠸⠴⠴ (456)(356)(356) - "Por mil".

4,5 ‰ ⠼⠙⠂⠑⠸⠴⠴ "4,5 por mil".

Capítulo 5

FRACÇÕES, POTÊNCIAS E RAÍZES

5.1. Fracções

— (5) (2, 5, 6) - Traço de fracção.

Exemplos:

$\frac{a}{c}$ - fracção de numerador "a" e de denominador "c"

$a+\frac{b}{c}$ - "a" mais a fracção "b sobre c"

$\frac{a}{c}x$ ou

- fracção de numerador "a" e de denominador "c", multiplicado por x

$\frac{a}{c.x}$

- fracção de numerador "a" e denominador "c vezes x".

$\frac{a+b}{c}$

- fracção de numerador "a + b" e denominador "c".

(Note-se, nos dois últimos exemplos, a necessidade do uso dos parêntesis auxiliares para mostrar a exacta constituição dos termos das fracções.)

traço de fracção na qual um dos termos, pelo menos, é outra fracção.

$\frac{a+\frac{b}{c}}{d+e}$ fracção cujo numerador é « a + a fracção b/c » e cujo denominador é «d + e»

$\frac{\frac{a+b}{c+d}}{x+y}$

frcção cujo numerador é «a + b sobre c + d» e cujo denominador é «x + y»

5.2. Potências

Dado que, de um ponto de vista gráfico, o expoente de uma potência constitui um caso particular dos índices superiores, deverá ser escrito a seguir à base, precedido pelo indicador braille (1, 6) (Veja-se secção 2.1.).

Exemplos: x^2 "x ao quadrado".

x^n - "x elevado a n".

x^{-1} "x elevado a -1".

x^{a+b} "x elevado a a+b".

$x^{-(a+b)}$ "x elevado a -(a+b)". (1)

Nota: - (1) Note-se que a presença dos parêntesis comuns não torna necessário o uso dos parêntesis auxiliares.

5.3. Raízes

O índice de raiz coloca-se entre os dois elementos braille que compõem o sinal, e a seguir a este escreve-se o radicando.

No caso da raiz quadrada, suprime-se o espaço entre os sois elementos do sinal, visto omitir-se o índice, tal como acontece em tinta.

Exemplos:

$\sqrt[3]{x}$ "raiz cúbica de x"

$\sqrt{x}$ "raiz quadrada de x"

$\sqrt[n]{a+b}$ "raiz n-ésima de a + b"

$\sqrt[n-1]{m-1}$

"raiz de ordem n -1 de m - 1"

5.4. Exemplos de transcrição de expressões algébricas

3a "3 vezes a".

3a+5x "3 vezes a mais 5 vezes x"

$7x^3 - 2x^2 + x + 1$

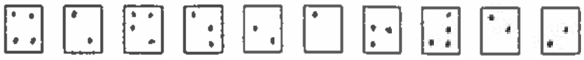
"7x ao cubo menos 2x ao quadrado mais x mais 1".

$\sqrt{x^2+y^2}$

"raiz quadrada de $x^2 + y^2$ ".

$\sqrt[3]{3a^2 - a} + 9$ "raiz cúbica de «3 a^2 - a» + 9".

$\frac{x^2+1}{x^2-1}$ "x^2 + 1 sobre x^2 menos 1".

$X^{\sqrt{a+5}}$ 

"x elevado a raiz quadrada de a+5".

Capítulo 6

TEORIA DOS CONJUNTOS E LÓGICA

6.1. Representações elementares

{ } - Chavetas - A = {x,y,z} "A é igual ao conjunto cujos elementos são x, y, z".

(6) (2) - tal que. A={x: x < 6} "A é igual ao conjunto dos x tais que x < 6".

$\in$ - Pertence a. - x $\in$ A "x pertence a A".

$\ni$ - Tem como elemento. A $\ni$ x - "A tem como elemento x".

$\subset$ - Contido (ou incluso estritamente em). A $\subset$ B

"A contido estritamente em b".

$\supset$ - Contém (ou inclui estritamente).

$\subseteq$ - Contido (sentido amplo).

$\supseteq$ - Contém (sentido amplo).

$\varnothing$ - Conjunto vazio. $\varnothing$ = { }

U - Conjunto (ou classe) universal.

C_A - Complementar de A.

C_MN - "Complementar de N em M".

O complementar de um conjunto A costuma notar-se também:

- $\overline{A}$ - "A com barra por cima". (Veja-se secção 2.2.2.).

- A'. - "A linha".

$\cup$ - Reunião com. - A $\cup$ B - "A reunião com B".

$\cap$ - Intersecção com. - "A intersecção com B" -

"União para i pertencente a I dos conjuntos A i". (1) $\bigcup_{i \in I} A_i$

Nota: (1) O sinal (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 4, 5) representa um símbolo de "reunião" de maior tamanho.

"Intersecção para i pertencente a I dos conjuntos A i". $\bigcap_{i \in I} A_i$

$\setminus$ (5) (3) - Diferença de conjuntos. - $A \setminus B$ - "A menos B".

$\triangle$ ou Δ (5, 6) (2, 5, 6) - Diferença simétrica ou soma booleana. (2)

$A \Delta B$ "A diferença simétrica com B".

Nota: (2) Na edição em Braille onde se lê: *A ambos os sinais braille que representam este conceito corresponde, em tinta, um único símbolo.*, deve ler-se: **A ambos os sinais, em tinta, que representam este conceito corresponde, em braille, um único símbolo.**

$\times$ - Produto cartesiano. - $A \times B$ - "A vezes B".

$\notin$ - Não pertence a.

$\not\supset$ - Não contém. Analogamente para as restantes relações negativas.

$\sim$ - (5) (2, 6) (3) - Equivale a.

Este sinal emprega-se geralmente para indicar uma relação de equivalência.

/ - (6) (2) - Barra oblíqua.

Emprega-se para indicar o conjunto cociente. - $A / \sim$ - "Conjunto cociente definido pela relação de equivalência".

$\# A$ - Cardinal de A.

∞ - Infinito.

$\aleph$ - (6) (1, 2, 5, 6) - Alef. "Cardinais transfinitos". (Alef é a primeira letra do alfabeto hebraico.)

$\leftrightarrow$ - (2, 5, 6) (2, 5) (2, 3, 5) - ou - (5) (2, 6) (2, 3) - $\simeq$ Equipotente com (V. secção 7.6.)

6.2. Lógica

⠨⠄ ∀ - (4, 6) (3) - Quantificador universal: "qualquer que seja; para todo o".

⠨⠢ ∃ - (4, 6) (2, 6) - Quantificador existencial: "existe pelo menos um elemento".

⠨⠆ ∃! - (4, 6) (2, 3) - Quantificador unitário: "existe um único elemento".

⠘⠨⠄ ∀̸ (4, 5) (4, 6) (3) - "Nem para todo o".

⠘⠨⠢ ∄ - (4, 5) (4, 6) (2 6) - "Não existe".

⠸⠎ ⋎ (4, 5, 6) (2, 3, 4) - Proposição verdadeira. (Usa-se também o "V".)

⠸⠣ ⋏ (4, 5, 6) (1, 2, 6) - Proposição falsa.
(Costuma usar-se também a letra "F".)

⠸⠒ ⊢ (4, 5, 6) (2, 5) - Tautologia: Proposição universalmente válida.

⠰⠂ ∧ - (5, 6) (2) - Conjunção: "e".

⠰⠄ ∨ - (5, 6) (3) - Disjunção: "ou".

⠸⠢ ⋀ - (4, 5, 6) (2, 6) - Conjunção (sinal de maior tamanho). $\bigwedge\limits_{x} (0 + x = x)$
"todos os x verificam que 0 + x = x".

⠸⠢⠭⠱⠣⠼⠚⠖⠭⠶⠭⠜

⠸⠊ ⋁ - (4, 5, 6) (2, 4) - Disjunção (sinal de maior tamanho).

⠠⠄ ¬ ou ⌉ ou ⇁ ou ⊐ ou ~ - (6) (3) - Negação lógica: "não".

⠒⠕ ⇒ (2, 5) (1, 3, 5) - Implica: "se ... então".

⠪⠒ ⇐ - (2, 4, 6) (2, 5) - "é implicado por".

⠪⠒⠕ ⇔ - (2, 4, 6) (2, 5) (1, 3, 5) - Implicação dupla: "se e só se".

6.3. Outras notações

$\therefore$ - (6) (1, 6) - "portanto" (precedido e seguido de um espaço em branco).

$\because$ - (4) (3, 4) "visto que" (precedido e seguido de um espaço em branco).

$\triangleq$ - (2, 3, 4, 5, 6) (2, 3) "conforme; de acordo com" (precedido e seguido de um espaço em branco).

$\triangledown$ (5, 6) (3, 5, 6) - ou $\dot{\vee}$ (4) (5, 6) (3) - Disjunção exclusiva. (Veja-se nota da secção 4.1.).

$=:$ (2, 3, 5, 6) (2, 3) - Relação directa.

$:=$ - (5, 6) (2, 3, 5, 6) - Relação inversa

$:=:$ (5, 6) (2, 3, 5, 6) - Relação recíproca.

$\prec$ (5) (2, 4, 6) "anterior a".

$\preceq$ (5, 6) (2, 4, 6) "anterior ou simultâneo a".

$\succ$ (1, 3, 5) (2) "posterior a".

$\succeq$ (1, 3, 5) (2, 3) "posterior ou simultâneo a".

6.4. Exemplos

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

O complementar de A ∪ B é igual à intersecção do complementar de A com o complementar de B.

$\vdash (A \vee \neg A)$ -

Tautologia: A ou não A.

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$

A contido em B se e só se para todo o x, x ∈ A implica x ∈ B.

$(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \varnothing$

 - A intersecção de $A \setminus B$ com $B \setminus A$ é igual ao conjunto vazio.

$\exists x \in Z / x \notin N$ 

(4, 6) (2, 6) x (1, 2, 6) (2) Z (6) (2 x (4, 5) (1, 2, 6) (2) (4, 5, 6) (1, 3, 4, 5) - Existe x pertencente ao conjunto dos números inteiros tal que x não pertence ao conjunto dos números naturais.

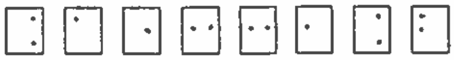
Capítulo 7

APLICAÇÕES (FUNÇÕES)

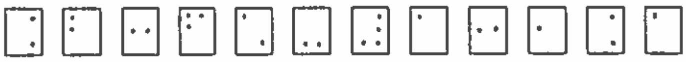
7.1. Notações elementares

f: A → B 

- Aplicação f de A em B. O sinal (4, 6), que neste caso transcreve os dois pontos, deve ser seguido pelo menos de meio espaço em branco.

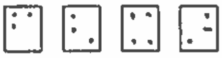
A ↔ B  - Aplicação bijectiva de A em B.

$A \xrightarrow{f} B$  - Aplicação f de A em B. (Em tinta o f aparece por cima da seta; em braille coloca-se entre os dois elementos (2, 5) da seta.)

$B \xrightarrow{f^{-1}} A$  ou

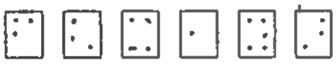
 - Aplicação inversa de f: "f elevado a -1 de B em A".

Nota: (1) A expressão (1, 2, 4) (3, 4, 6) representa uma forma abreviada de escrever f^{-1} , muito útil quando se manejam funções.

$f(x)$  - Função f de x.

x → $f(x)$ 

- O elemento "x" aplica-se no elemento "$f(x)$".

$f(x,y)$  - Função "f" de "x" e "y".

(X_1, X_2)  - Par ordenado.

[a, b]  - Intervalo fechado de extremos a, b.

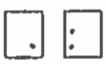
]a, b[ou (a, b)  ou  - Intervalo aberto de extremos a, b.

[a, b[ou [a, b)  ou 

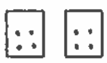
- Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita.

]a, b] ou (a, b]  ou 

- Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita.

∘  (6) (2, 3) - Composição de funções.

$f \circ g\,(x) = f(g\,(x))$ 

≡  -" Idêntico a". $f \equiv 0$  "f é idêntico a 0".

7.2. Limites

lim - lim. (1, 5, 6) - limite (sem condicionantes).

$x \to c$ - x tende para c.

$\lim\limits_{x \to c}$ - Limite quando x tende para c.

$\overline{\lim}$ - Limite superior.

$\underline{\lim}$ - Limite inferior.

$\lim\limits_{x \uparrow 0}$ - Limite quando x tende crescendo para 0.

$\lim\limits_{x \downarrow 0}$ - Limite quando x tende decrescendo para 0.

$\lim\limits_{x \to 0+}$ - Limite quando x tende para 0 à direita.

$\lim\limits_{x \to 0-}$ - Limite quando x tende para 0 à esquerda.

∞ - (3, 4, 5, 6) (1, 2, 5, 6) - Infinito.

7.3. Derivadas

$\frac{d}{dx}$ - Derivada em ordem a x.

$\frac{df}{dx}$ - Derivada de f em ordem a x.

$\frac{d^n}{dx^n}$ - n-ésima derivada em ordem a x.

$\frac{d^n f}{dx^n}$ - Derivada n-ésima de f n vezes em ordem a x.

∂ - (4, 5, 6) (1, 4, 5) - Símbolo de derivada parcial.

$\frac{\partial}{\partial x}$ - Derivada parcial em ordem a x.

$\frac{\partial f}{\partial x}$

- Derivada parcial de f em ordem a x.

$\frac{\partial^n}{\partial x^n}$

- n-ésima derivada parcial em ordem a x.

$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$

- Derivada parcial n-ésima de f n vezes em ordem a x.

$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$

- Segunda derivada parcial em ordem a x e y.

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

Segunda derivada parcial de f em ordem a x e y.

$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n}$

- Derivada parcial de ordem m+n m vezes em ordem a x e n vezes em ordem a y.

$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$

- Derivada parcial de ordem m+n de f m vezes em ordem a x e n vezes em ordem a y.

Existem outras notações muito usuais para as funções derivadas, as quais não se transcrevem por se ajustarem às normas gerais.

∇ ou (4) (1, 2, 4, 5, 6) ou (5, 6) (3, 5, 6) - Operador nabla. (1)

(1) A ambos os sinais braille que representam este conceito corresponde, em tinta, um único símbolo.

Δ ou (4, 5, 6) (2, 3, 6) ou (4, 5) (1, 4, 5) - Operador laplaciano. (1)

$\square$ (4, 5, 6) (1, 3, 4, 5, 6) - Operador dalambertiano.

7.4. Integrais

$\int$ (1, 2, 3, 4, 6) (1, 5, 6) - Integral indefinido.

$\iint$ (1, 2, 3, 4, 6) (1, 2, 3, 4, 6) (1, 5, 6) - Integral duplo.

$\iiint$ - Integral triplo.

$\int_a^b$ (1, 2, 3, 4, 6)a (2, 5)b (1, 5, 6) - Integral definido entre a e b.

$\overline{\int_a^b}$ - Integral superior.

$\underline{\int_a^b}$ - Integral inferior.

$\oint_C$ - Integral curvilíneo ao longo da curva C.

$\ast$ (5) (2, 3) - Produto de convolução.

7.5. Notações sobre funções especiais

7.5.1. Sucessões, progressões e matrizes

$\{S_n\}$ - Sucessão de termo geral S_n.

(S_n) - Sucessão de termo geral S_n

$\lim\limits_{n \to \infty} S_n$ - Limite de S_n quando n tende para infinito.

$\div$ (4, 6) (2, 5) - Progressão aritmética.

$\div\div$ (4, 6) (2, 5) (1, 3) - Progressão geométrica.

$\sum\limits_{i=1}^{n}$ - Soma desde i =1 até n.

$\sum\limits_{i=1}^{n} S_i$

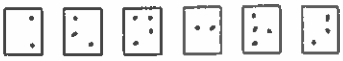
- Soma, desde i = 1 até n, dos S_i

$\prod\limits_{i=1}^{n}$ - Produto desde i = 1 até n.

$\prod\limits_{i=1}^{n} S_i$

- Produto, desde i =1 até n dos S_i

$n!$ (1, 3, 4, 5) (4, 5) (3) - Factorial de n.

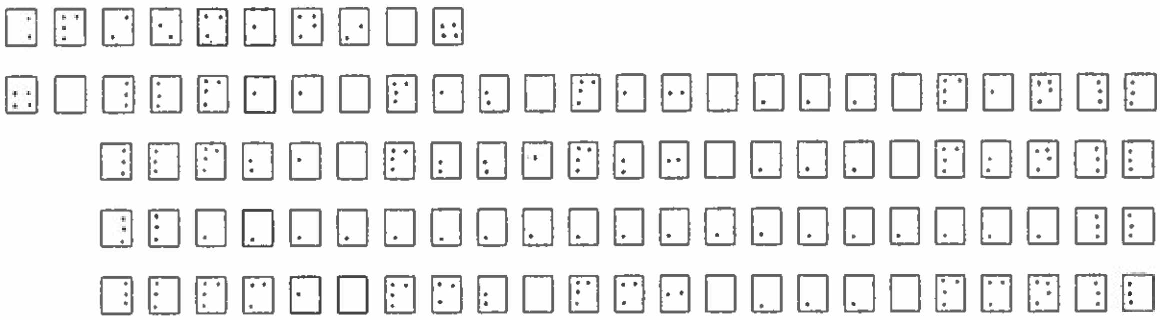
$\binom{n}{r}$  - Coeficiente binomial "n sobre r".

Matrizes

As matrizes e os determinantes transcrevem-se respeitando a posição que os elementos têm na escrita a tinta.

$$P_{M,N} = \begin{Vmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & \cdots & P_{1,N} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & \cdots & P_{2,N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{M,1} & P_{M,2} & P_{M,3} & \cdots & P_{M,N} \end{Vmatrix}$$

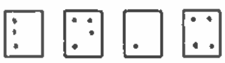
A matriz foi transcrita para braille com a notação geral. No entanto, por razões de espaço e comodidade, adoptamos a notação abreviada seguinte (veja-se secção 2.5.):



7.5.2. Funções logarítmicas

$\log_b x$  - Logaritmo de base b de x.

log.x  - Logaritmo de x.

ln.x ou Lx  ou  - Logaritmo natural ou neperiano de x.

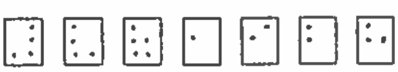
antilog.x  - Antilogaritmo de x.

colog.x  - Cologaritmo de x.

Características negativas dos logaritmos decimais - Emprega-se a terceira série do sistema braille, antepondo-lhe o sinal numérico.

Exemplos:  (3, 4, 5, 6) (1, 3, 6) (2) (1, 4) (1, 4, 5) (1, 5) -

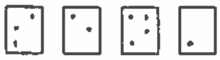
Log. decimal de característica -1 e mantissa 345. $\bar{1},345$

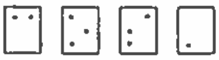
 $\overline{28},928$

Log. decimal de característica -28 e mantissa 928.

Log. decimal de característica -28 e mantissa 928.

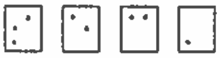
7.5.3. Funções trigonométricas e suas inversas

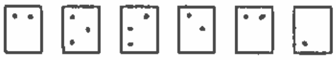
sen  - Seno.

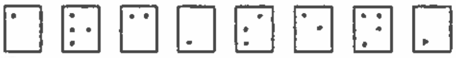
cos  - Co-seno.

tg  - Tangente.

cotg  - Co-tangente.

sec  - Secante.

cosec  - Co-secante.

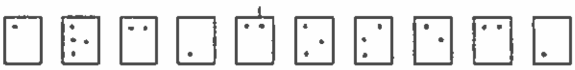
arc.sen  - Arco seno.

arc.cos  - Arco co-seno.

arc.tg  - Arco tangente.

arc.cotg  - Arco cotangente.

arc.sec  - Arco secante.

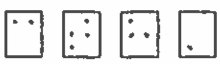
arc.cosec  - Arco co-secante.

7.5.4. Funções hiperbólicas e suas inversas

sh  - Seno hiperbólico.

ch  - Co-seno hiperbólico.

th  - Tangente hiperbólica.

cth  - Cotangente hiperbólica.

sech  - Secante hiperbólica.

cosech  - Co-secante hiperbólica.

arg.sh  - Argumento do seno hiperbólico.

arg.ch  - Argumento do co-seno hiperbólico.

arg.th  - Argumento da tangente hiperbólica.

arg.cth  - Argumento da cotangente hiperbólica.

arg.sech  - Argumento da secante hiperbólica.

arg.cosech 
- Argumento da co-secante hiperbólica.

7.6. Símbolos usuais com significados diversos

Em diversas áreas da Matemática empregam-se certos símbolos para representar algumas relações. Cada um destes símbolos pode, segundo os autores, ter significados diversos. Do mesmo modo, uma relação determinada pode ser indicada sob formas distintas.

A lista seguinte inclui símbolos geralmente utilizados para representar relações tais como: "equivalente a", "equipotente com", "aproximadamente igual a", "isomorfo a", "homeomorfo a", "congruente com" (em Geometria), "assimptoticamente igual a", etc.

$\sim$  (5) (2, 6) (3).

$\dot{\sim}$  (4) (2, 6) (3).

$\underset{\cdot}{\sim}$  (6) (2, 6) (3).

$\dot{\underset{\cdot}{\sim}}$  (4, 6) (2, 6) (3).

$\simeq$  (5) (2, 6) (2, 3).

$\eqsim$  (5, 6) (2, 6) (3).

$\cong$  (5) (2, 6) (2, 3, 5, 6).

$\underset{\sim}{\equiv}$  (2, 3, 5, 6) (2, 6) (3).

$\approx$  (5) (1, 2, 5, 6) (2).

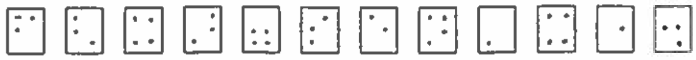
$\approxeq$  (5) (1, 2, 5, 6) (2, 3).

$\overset{=}{\approx}$  (5, 6) (1, 2, 5, 6) (2).

O critério com que se elaborou a tabela anterior pretende sugerir ao utilizador deste código a introdução de símbolos similares que nele não figurem.

7.7. Exemplos ilustrativos

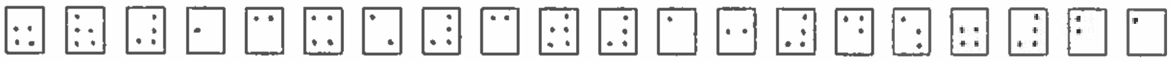
$$f(x) = \frac{senx}{sen^2\, x + 1}$$



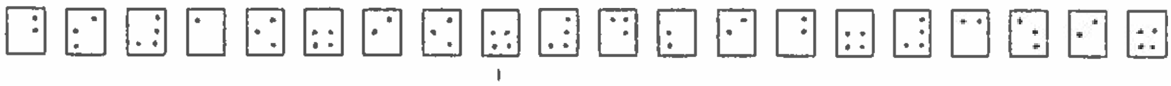
$$\log \frac{r+1}{r-1}$$

$$\log \left(\frac{r+1}{r-1} \right)$$

$$\int_1^4 x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_1^4 = 21$$



$$\sum_{\substack{1 \le i \le 4 \\ i \ne 3}} i = 1 + 2 + 4 = 7$$



Capítulo 8

GEOMETRIA

8.1. Notações elementares, vectores e figuras

$\overleftrightarrow{r}$ - Recta r.

$\vec{z}$ - Vector positivo z.

O elemento (2, 5) (2) usa-se em todos os casos em que apareça uma seta orientada para a direita sobre a letra.
Em Geometria utiliza-se também para representar a semi-rectas.

$\overrightarrow{AB}$

- Semi-recta de origem A que contém o ponto B.
Note-se, neste caso, a necessidade do uso dos parêntesis auxiliares para mostrar que a seta afecta ambas as letras. (Veja-se secção 1.3.)

$\overleftarrow{z}$ - Vector oposto z.

O elemento (5) (2, 5) usa-se em todos os casos em que haja uma seta orientada para a esquerda sobre a letra.

$[\overrightarrow{AB}]$ ou

[(2, 5) (2) AB] ou [(2, 5) (2) (2, 6) AB (3, 5)] - Vector livre AB.

$\vec{\alpha}$ - Vector axial positivo alfa.

$\overleftarrow{\alpha}$ (4) (3, 4, 5) (4) (1) - Vector axial oposto alfa.

[AB] - Segmento de recta de extremos A e B.

$\overline{AB}$

- Comprimento do segmento de recta AB; segmento de recta AB.
Note-se a necessidade do uso dos parêntesis auxiliares.
(Veja-se secção 2.2.2.)

$\dot{A}B$ (4) AB - Semi-recta com origem em A e que passa por B.

$\frown{z}$ (4) (2, 5) (1, 3, 5, 6) - Amplitude do arco z; arco z.

$\widehat{AB}$ - Amplitude do arco AB; arco AB.
(Veja-se Parêntesis auxiliares, secção 1.3.)

$\smile ABC$

(2, 6) (3, 4, 5) ABC - Arco correspondente ao ângulo ABC.

∢ AVB (6) (2, 3, 4, 6) AVB - Ângulo AVB.

$\hat{Z}$ (4, 5) (2, 5) (1, 3, 5, 6) - Amplitude do ângulo z; ângulo z

$\widehat{ABC}$

(4, 5) (2, 5) (2, 6) ABC (3, 5) - Amplitude do ângulo ABC; ângulo ABC.
(Veja-se Parêntesis auxiliares, secção 1.3.)

∟ (4, 5, 6) (3, 6) - Ângulo recto.

(4, 6) (1, 5, 6) - Ângulo orientado positivo.

(4, 6) (3, 4, 5) - Ângulo orientado negativo.

△ (6) (2, 3, 4, 5, 6) ou (4, 5) (1, 4, 5) - Triângulo.
(Veja-se nota da secção 7.3.)

(4, 5, 6) (2, 3, 6) - Triângulo rectângulo.

□ (4, 5, 6) (1, 3, 4, 5, 6) - Quadrado.

(1, 2, 3, 4, 6) (1, 3, 4, 5, 6) - Rectângulo.

(1, 2, 3, 4, 6) (1, 3, 5) - Polígono.

○ (2, 4, 6) (1, 3, 5) - Circunferência.

Nota: As letras que indicam os pontos das figuras não se empregam entre parêntesis auxiliares e escrevem-se imediatamente a seguir às figuras, sem espaço em branco.

△ABC - Triângulo de vértices A, B, C.

a,b,c,d

(1, 2, 3, 4, 6) (1, 3, 4, 5, 6) abcd - Rectângulo de vértices a, b, c, d.

$\tilde{Z}$ (2, 6) (3, 5) (1, 3, 5, 6) - Curva geométrica z.

8.2. Medidas angulares

5° (3, 4, 5, 6) (1, 5) (3, 5, 6) - "Cinco graus" sexagesimais. (Esta notação utiliza-se também para graus de temperatura).

7' ⠼⠛⠳ (3, 4, 5, 6) (1, 2, 4, 5) (1, 2, 5, 6) - "Sete minutos" sexagesimais.

1" ⠼⠁⠳⠳ - "Um segundo" sexagesimal.

5° 7' 1" ⠼⠑⠴⠼⠛⠳⠼⠁⠳⠳ -"Cinco graus, sete minutos, um segundo".

6^g ⠼⠋⠡⠛ - "Seis grados".

2' ⠼⠃⠡⠳ (3, 4, 5, 6) (1, 2) (1, 6) (1, 2, 5, 6) - "Dois minutos de grado".

9" ⠼⠊⠡⠳⠳ - "Nove segundos de grado".

rad. ⠗⠁⠙⠄ - Radiano.

8.3. Relações e operações

∥ ⠸⠇ (4, 5, 6) (1, 2, 3) "É paralelo a".

⋕ ⠸⠇⠶ (4, 5, 6) (1, 2, 3) (2, 3, 5, 6) "Paralelo e igual a".

⊥ ⠼⠄ (3, 4, 5, 6) (3) "Perpendicular a"; "ortogonal a".

∠ ⠈⠢ (4) (2, 6) "Oblíquo a".

∾ ⠰⠢⠆ (5, 6) (2, 6) (2, 3) "Homólogo a"; "semelhante a".

∼ ⠐⠢⠄ (5) (2, 6) (3) "Semelhante a"; "equivalente a". (Utiliza-se para relacionar figuras da mesma área.

⊼ ⠸⠫ (4, 5, 6) (1, 2, 4, 6) - Projectividade.

⩞ ⠸⠻ (4, 5, 6) (1, 2, 4, 5, 6) - Perspectividade.

∔ ⠈⠖ (4) (2, 3, 5) - Soma de vectores.

∸ ⠈⠤ (4) (3 6) - Diferença de vectores.

(Quando não há perigo de confusão, é costume substituir estes dois operatórios pelos sinais comuns de soma e diferença.)

$\bar{X} \cdot \bar{Y}$ ou $\bar{X} \mid \bar{Y}$ ou $\langle \bar{X}, \bar{Y} \rangle$ ⠒⠂⠭⠄⠒⠂⠽ ou

⠒⠂⠭⠸⠀⠒⠂⠽ ou

⠐⠅⠒⠂⠭⠂⠒⠂⠽⠨⠂

- Produto escalar (ou interno) de $\bar{X}$ por $\bar{Y}$.

$\dot{\times}$ ou $\wedge$ ⠈⠦ ou ⠰⠂

(4) (2, 3, 6) ou (5, 6) (2) - Produto vectorial (ou externo).

$\oplus$ ⠪⠖ (2, 4, 6) (2, 3, 5) - Soma directa.

$\bigoplus$ ⠨⠪⠖ (4, 6) (2, 4, 6) (2, 3, 5) - Soma directa (de tamanho maior)

$\hat{\oplus}$ ⠸⠪⠖ (4, 5, 6) (2, 4, 6) (2, 3, 5) - Soma ortogonal

$\otimes$ ⠪⠦ (2, 4, 6) (2, 3, 6) - Produto tensorial.

$\bigotimes$ ⠨⠪⠦ (4, 6) (2, 4, 6) (2, 3, 6) - Produto tensorial (de tamanho maior).

$S^{\perp}$ ⠨⠎⠡⠼⠄

(4, 6) (2, 3, 4) (1, 6) (3, 4, 5, 6) (3) - Complemento ortogonal de S.

Apêndice I

Algumas combinações de setas, traços e pontos

$\cdot\overline{Z}$	⠠ ⠒ ⠵	(6) (2, 5) (1, 3, 5, 6)
$\overline{Z}\cdot$	⠒ ⠄ ⠵	(2, 5) (3) (1, 3, 5, 6)
$\cdot\overline{Z}\cdot$	⠠ ⠒ ⠄ ⠵	(6) (2, 5) (3) (1, 3, 5, 6)
$\cdot\vec{Z}$	⠠ ⠒ ⠂ ⠵	(6) (2, 5) (2) (1, 3, 5, 6)
$\vec{Z}\cdot$	⠐ ⠒ ⠄ ⠵	(5) (2, 5) (3) (1, 3, 5, 6)
$\vec{Z}$	⠐ ⠒ ⠂ ⠵	(5) (2, 5) (2) (1, 3, 5, 6)
↑	⠸ ⠁	(4, 5, 6) (1)
↓	⠸ ⠄	(4, 5, 6) (3)
↕	⠸ ⠅	(4, 5, 6) (1, 3)
↖	⠐ ⠡	(5) (1, 6)
↘	⠡ ⠂	(1, 6) (2)
⤡	⠐ ⠡ ⠂	(5) (1, 6) (2)
↗	⠌ ⠂	(3, 4) (2)
↙	⠐ ⠌	(5) (3, 4)
⤢	⠐ ⠌ ⠂	(5) (3, 4) (2)
$\cdot\leftarrow$	⠐ ⠪ ⠒	(5) (2, 4, 6) (2, 5)
$\rightarrow\cdot$	⠒ ⠕ ⠂	(2, 5) (1, 3, 5) (2)
$\overset{\cdot}{\longleftarrow}$	⠈ ⠪ ⠒	(4) (2, 4, 6) (2, 5)
$\underset{\cdot}{\longleftarrow}$	⠠ ⠪ ⠒	(6) (2, 4, 6) (2, 5)
$\overset{\cdot}{\longrightarrow}$	⠈ ⠒ ⠕	(4) (2, 5) (1, 3, 5)
$\underset{\cdot}{\longrightarrow}$	⠠ ⠒ ⠕	(6) (2, 5) (1, 3, 5)

Apêndice II

Sinais braille disponíveis

(1, 4, 5, 6)	
(1, 2, 4, 5, 6)	
(2, 3, 4, 6)	
(1, 4, 6)	
(1, 2, 3, 4, 5, 6)	
(5) (1, 2, 6	(3, 4, 5) (2)
(4) (1, 2, 6)	(1, 5, 6) (3)
(4) (1, 4, 6)	(6) (3, 4, 6)
(4, 6) (1, 4, 6)	(4, 6) (3, 4, 6)
(4, 6) (1, 6)	(4, 6) (3, 4)
(5) (1, 2, 3, 5, 6)	(2, 3, 4, 5, 6) (2)
(2, 5) (1, 2, 3, 5, 6)	(2, 3, 4, 5, 6) (2, 5)
(2, 6) (3, 5, 6)	(2, 3, 6) (3, 5)
(4) (2, 4, 6)	(6) (2, 4, 6)
(5) (1, 2, 5, 6)	(1, 2, 5, 6) (2)
(2, 5>) (2, 3, 5, 6)	(2, 3, 5, 6) (2, 5)
(2, 3, 6) (3, 5, 6)	(2, 3, 5) (2, 5, 6)
(5) (1, 2, 3, 4, 6)	(4, 6) (1, 2, 3, 4, 6)
(1, 2, 4, 5, 6) (3, 4, 5)	(2, 3, 4, 5, 6) (1, 5, 6)
(3, 4, 5, 6) (3, 4, 5)	(1, 4, 5, 6) (1, 5, 6)
(4, 5) (1, 2, 6)	(1, 5, 6) (2, 3)
(1, 4, 5, 6) (3)	
(5, 6) (3, 4, 6)	
(4, 5, 6) (1, 4, 6)	(4, 5, 6) (3, 4, 6)
(4, 5, 6) (1, 6)	(4, 5, 6) (3, 4)
(1, 2, 3, 5, 6) (2)	(5) (2, 3, 4, 5, 6)
(1, 2, 3, 5, 6) (2, 5)	(2, 5) (2, 3, 4, 5, 6)
(1, 2, 3, 5, 6) (2, 3)	(5, 6) (2, 3, 4, 5, 6)
(1, 2, 6) (3, 5, 6)	(2, 3, 6) (3, 4, 5)
(2, 6) (1, 3, 5) (2, 4, 6) (3, 5)	
(2, 5) (2, 3, 5, 6) (2, 5)	(3, 6) (2, 3, 5, 6) (2, 5)
(1, 6) (3, 4)	(3, 4) (1, 6)
(5) (1, 4, 6)	(5) (3, 4, 6)
(6) (1, 2, 3, 4, 6)	(5, 6) (1, 2, 3, 4, 6)
(4, 5, 6) (2, 3, 4, 5, 6)	
(1, 4, 5, 6) (2, 3, 4, 5, 6)	(3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5)
(5) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2)
(2, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 5)
(4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3)
(4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3)
(4) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (1)
(6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (3)
(4, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2)
(5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3)
(2, 4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3, 5)
(1, 3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 4, 6)
(2, 3, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3, 5, 6)
(2, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6)	(1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3, 5)

(2, 3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 5, 6)
(2, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6 (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 5)
(3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 6)
(2, 3, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 5, 6)
(3, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3, 6)
(3, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 6)
(5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2) (2, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2)
(2, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2 5) (5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 5)
(4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3) (5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3)
(4, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3) (5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2, 3)
(4) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1) (4) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3)
(6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3) (6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1)
(4, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2) (4, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6>) (2, 3)
(5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3) (5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 2)
(2, 4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1\, 3, 5) (5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3, 5)
(1, 3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 4, 6) (5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 4, 6)
(2, 3, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3, 5, 6) (4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3, 5)
(2, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6>) (2, 3, 5) (2, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (21, 3, 5)
(2, 3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 5, 6) (4) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (1, 3, 5)
(2, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 5) (2, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 4, 5)
(3, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 6) (4, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 4, 5)
(2, 3, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 5, 6) (1, 2, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6<) (1, 5, 6)
(3, 5, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2, 3, 6) (4, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (2)
(3, 6) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3, 6) (4, 5) (1, 2, 3, 4, 5, 6) (3)

ÍNDICE

«««««»»»»»
«««»»»
«»